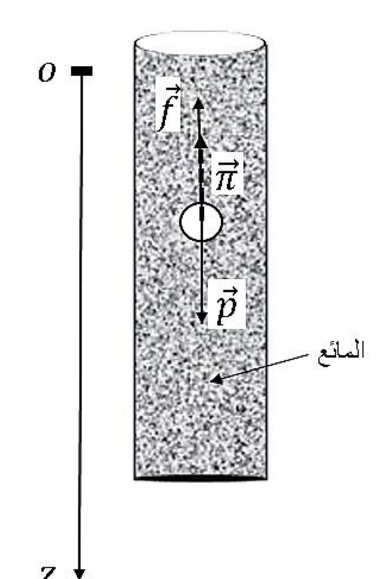
# السقوط الشاقولي

## 1- القوى المؤثرة على جسم اثناء السقوط:




- **قوة الثقل** $P$ : موجه نحو الأسفل. $\vec{P} = m\vec{g}$ .
  - $m$ كتلة الجسم
  - $g$ الجاذبية الأرضية.
  - الكتلة الحجمية للجسم $\rho_s = \frac{m}{V}$
- **دافعة ارخميدس** $\pi$ **: موجهة نحو الأعلى دائما.** $\vec{\pi} = -\rho V\vec{g}$ .
  - $\rho$ الكتلة الحجمية للمائع.
  - $V$ حجم المائع المزاح وهو نفسه حجم الجسم $(m^3)$.
- **الاحتكاك** $f$ **:** دائما عكس جهة الحركة.
  - السرعات الصغيرة: $f = kv$ .
  - السرعات الكبيرة: $f = kv^2$ .

## 2- المعادلة التفاضلية للسرعة حالة السرعات الصغيرة:

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في مرجع عطالي محوره موجه نحو الأسفل:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{\pi} + \vec{f} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على $(oz)$ نجد:

$$P - \pi - f = ma \Rightarrow mg - \rho Vg - kv = m\frac{dv}{dt}$$

$$\Rightarrow mg - \rho Vg = m\frac{dv}{dt} + kv \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g - \frac{\rho Vg}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g\left(1 - \frac{\rho V}{m}\right) \Rightarrow \boldsymbol{\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g\left(1 - \frac{\rho}{\rho_s}\right)}$$

- **ملاحظات مهمة :**
  - ثابت الزمن $\tau$ : $\tau = \frac{m}{k}$ .
  - السرعة الحدية $v_L$: في النظام الدائم السرعة ثابتة ومنه $\frac{dv}{dt} = 0$

$$\Rightarrow \frac{k}{m}v_L = g\left(1 - \frac{\rho}{\rho_s}\right) \Rightarrow \boldsymbol{v_L = \frac{mg}{k}\left(1 - \frac{\rho}{\rho_s}\right)}$$

  - التسارع الابتدائي $a_0$ : في حالة السقوط من السكون $v = 0$:

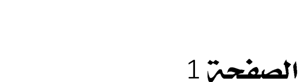
$$\Rightarrow \boldsymbol{a_0 = \frac{dv}{dt} = g\left(1 - \frac{\rho}{\rho_s}\right)}$$

  - من البيان يمكن حساب التسارع الابتدائي $a_0$ وهو يمثل ميل المماس.
    - إذا كان $a_0 = g$ فإن دافعة ارخميدس مهملة
    - إذا كان $a_0 < g$ فإن دافعة ارخميدس غير مهملة وتحسب من العلاقة: $P - \pi = ma_0 \Rightarrow \boldsymbol{\pi = P - ma_0}$

## 3- المعادلة التفاضلية للسرعة حالة السرعات الكبيرة:

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في مرجع عطالي محوره موجه نحو الأسفل:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{\pi} + \vec{f} = m\vec{a}$$



بالإسقاط على $(oz)$ نجد:

$$P-\pi-f=ma \Longrightarrow mg-\rho Vg-kv^2=m\frac{dv}{dt}$$
$$\Longrightarrow mg-\rho Vg=m\frac{dv}{dt}+kv^2 \Longrightarrow \frac{dv}{dt}+\frac{k}{m}v^2=g-\frac{\rho Vg}{m}$$
$$\Longrightarrow \frac{dv}{dt}+\frac{k}{m}v^2=g\left(1-\frac{\rho V}{m}\right)$$
$$\Longrightarrow \boldsymbol{\frac{dv}{dt}+\frac{k}{m}v^2=g\left(1-\frac{\rho}{\rho_s}\right)}$$

- **ملاحظات مهمة:**
  - السرعة الحدية $v_L$: في النظام الدائم السرعة ثابتة ومنه $\frac{dv}{dt}=0$

$$\Longrightarrow \frac{k}{m}{v^2}_L=g\left(1-\frac{\rho}{\rho_s}\right) \Longrightarrow \boldsymbol{v_L}=\sqrt{\boldsymbol{\frac{mg}{k}\left(1-\frac{\rho}{\rho_s}\right)}}$$

  - التسارع الابتدائي $a_0$ : في حالة السقوط من السكون $v=0$:

$$\Longrightarrow a_0=\frac{dv}{dt}=g\left(1-\frac{\rho}{\rho_s}\right)$$

  - مميزات الجسم للحصول على نظامين انتقالي ودائم: يجب ان تكون الكتلة الحجمة للجسم اكبر من الكتلة الحجمية للمائع وكذلك مقطع تصادم الجسم مع التدفق الشاقولي للمائع يكون اصغر ما يمكن .

**<u>السقوط الحر:</u>**

يكون السقوط حرا بإهمال تأثير الهواء أي اهمال دافعة ارخميدس والاحتكاكات مع الهواء.

**أ- المعادلات التفاضلية للحركة:**

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في مرجع عطالي محوره موجه نحو الأسفل:

$$\sum\vec{F}=m\vec{a} \Longrightarrow \vec{P}=m\vec{a}$$

بالإسقاط على $(oz)$ نجد:

$$P=ma \Longrightarrow mg=ma \Longrightarrow a=g \Longrightarrow \boldsymbol{\frac{dv}{dt}=g} \Longrightarrow \boldsymbol{\frac{d^2z}{dt^2}=g}$$

ب- **المعادلات الزمنية:** حيث الشروط الابتدائية: $v_0=0$ و $z_0=0$

- معادلة السرعة:

$$v=at+v_0 \Longrightarrow v=gt$$

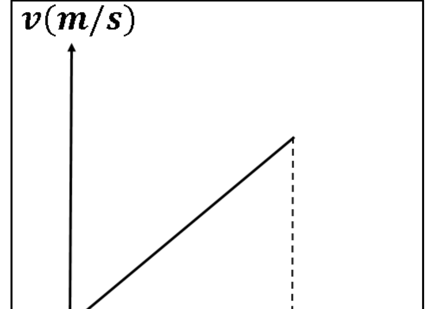
- معادلة الموضع:

$$z=\frac{a}{2}t^2+v_0t+z_0 \Longrightarrow z=\frac{g}{2}t^2$$

**ج- علاقة محذوفية الزمن:** ${v_0}^2-v^2=2gh$

**د- الدراسة البيانية:**

- التسارع $a$ هو ميل البيان.
- المسافة المقطوعة $z$ (الارتفاع $h$ ) هو مساحة المثلث المحصور بين محور الازمنة والبيان.



**التمرين 1: بكالوريا علوم تجريبية 2010**

تمت معالجة السقوط الشاقولي لجسم صلب (S) في الهواء بجهاز الإعلام الآلي، وذلك بعد تصويره بكاميرا رقمية فتحصلنا على البيان $v = f(t)$ الذي يمثّل تغيرات سرعة مركز عطالة الجسم بدلالة الزمن .



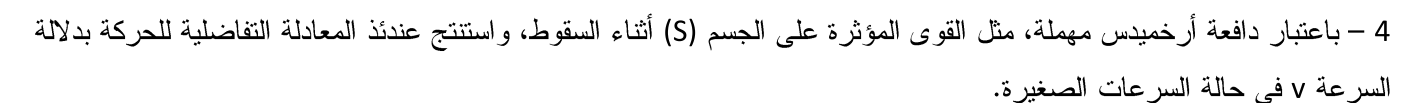
1 – حدد طبيعة مركز عطالة الجسم (S) في النظامين الانتقالي والدائم. علل.

2 – بالاعتماد على البيان عيّن:

أ – السرعة الحدية $v_{lim}$.

ب – تسارع الحركة في اللحظة t=0.

3 – كيف يكون الجسم الصلب (S) متميزا وهذا للحصول على حركة مستقيمة شاقولية انسحابية في نظامين انتقالي ودائم؟



4 – باعتبار دافعة أرخميدس مهملة، مثل القوى المؤثرة على الجسم (S) أثناء السقوط، واستنتج عندئذ المعادلة التفاضلية للحركة بدلالة السرعة v في حالة السرعات الصغيرة.

5 – توقع شكل مخطط السرعة عند إهمال دافعة أرخميدس ومقاومة الهواء. علل.

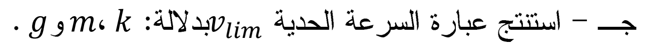
**التمرين2 : بكالوريا رياضيات 2015**

تترك كرية كتلتها $m$ تسقط في الهواء من ارتفاع $h$ عن سطح الارض دون سرعة ابتدائية . تعطى: $g = 10\, m/s^2$ .

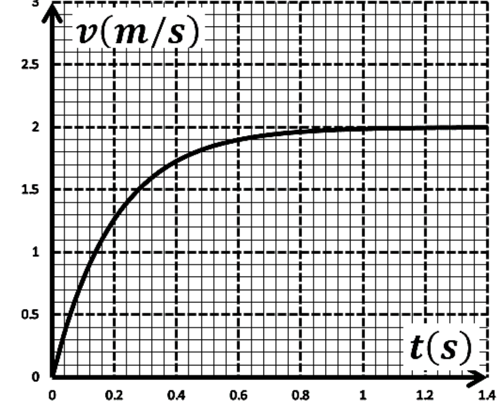
1- نهمل دافعة أرخميدس ونعتبر شدة قوة مقاومة الهواء $f = k.v^2$ .

أ- مثل القوى الخارجية المؤثرة على الكرية .

ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في معلم $(Oz)$ موجه نحو الاسفل ومرتبط بمرجع سطحي أرضي نعتبره غاليليا ، أوجد المعادلة التفاضلية لسرعة الكرية.



جـ – استنتج عبارة السرعة الحدية $v_{lim}$ بدلالة: $k$ ،$m$ و$g$ .





2- ان دراسة تغيرات سرعة الكرية بدلالة الزمن مكنت من الحصول على بيان الشكل المقابل.

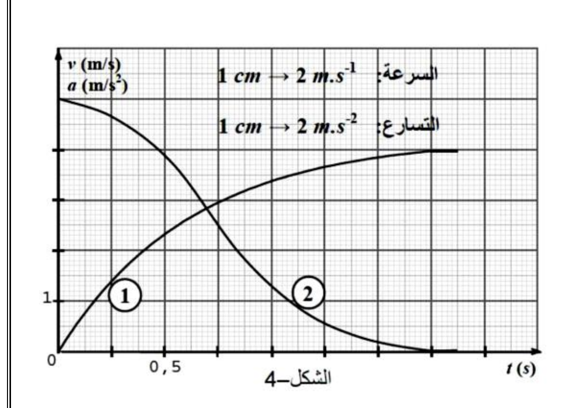
أ- استنتج من البيان قيمة السرعة الحدية $v_{lim}$.

ب- حدد وحدة الثابت $k$ باستعمل التحليل البعدي ، احسب النسبة $\frac{m}{k}$ .

3- كيف يتطور تسارع الكرية خلال الزمن ؟

4- مثل كيفيا مخطط السرعة $v(t)$ لحركة مركز عطالة الكرية في الفراغ.

**التمرين 3 : بكالوريا علوم 2011**





تسقط كرية مطاطية شاقوليا في الهواء دون سرعة ابتدائية $v_0 = 0\ m.s^{-1}$ وننمج السقوط بطريقة رقمية.

المعطيات: كتلة الكرية m=3g ؛ نصف قطرها r=1,5cm ؛ الكتلة الحجمية للهواء $\rho_{air}=1,3 kg.m^{-3}$. حجم الكرة $V=(4/3).\pi r^3$ ؛ قوة الاحتكاك $f=kv^2$ ؛ $g=9,8\ m.s^{-2}$.

1 – مثّل القوى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة الكرية خلال مراحل السقوط.

2 – باختيار مرجع غاليلي مناسب وبتطبيق قانون نيوتن الثاني اكتب المعادلة التفاضلية للسرعة.

3 – بالمعالجة الرقمية حصلنا على البيانين : $a = h(t)$ و $v = f(t)$.

أ – أي المنحنيين يمثل تطور التسارع $a(t)$ بدلالة الزمن؟ علل.

ب – حدّد بيانيا السرعة الحدية $v_\ell$ .

ج – علما أن $v_\ell = \sqrt{\frac{g}{k}(m - \rho_{air}V)}$، احسب قيمة معامل الاحتكاك k.

**التمرين4 : بكالوريا علوم تجريبية 2009**

يسقط مظلي كتلته مع تجهيزه $m = 100kg$ سقوطا شاقوليا بدءا من نقطة $O$ بالنسبة لمعلم أرضي دون سرعة ابتدائية. يخضع أثناء سقوطه إلى قوة مقاومة الهواء عبارتها من الشكل $f = kv$ ( تهمل دافعة أرخميدس).يمثل البيان الشكل تغيرات (a) تسارع مركز عطالة المظلي بدلالة السرعة $(v)$.

1 – بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، بيّن أن المعادلة التفاضلية لسرعة المظلي من الشكل: $\frac{dv}{dt} = Av + B$ . حيث $A$ و $B$ ثابتان يطلب تعيين عبارتيهما.

2 – عيّن بيانيا قيمتي كل من:

أ – شدة مجال الجاذبية الأرضية $(g)$.

ب – السرعة الحدية للمظلي $(v_\ell)$.

3 – تتميز الحركة السابقة بالمقدار $\frac{k}{m}$. حدد وحدته واحسب قيمته من البيان.

4 – احسب قيمة الثابت $k$.

5 – مثل كيفيا تغيرات سرعة المظلي بدلالة الزمن في المجال الزمني : $0 \le t \le 7s$.



**التمرين 5: بكالوريا رياضيات 2010**

لدراسة حركة سقوط جسم صلب *(S)* كتلته m شاقوليا في الهواء، استعملت كاميرا رقمية (Webcam)، عولج شريط الفيديو ببرمجية (Avistep) في جهاز الإعلام الآلي فتحصلنا على النتائج التالية:

| *t(ms)* | 0 | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 | 900 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *v(m.s$^{-1}$)* | 0 | 0,60 | 0,90 | 1,02 | 1,08 | 1,10 | 1,12 | 1,13 | 1,14 | 1,14 |

1 – أ – ارسم المنحنى البياني الممثل لتغيرات السرعة *v* بدلالة الزمن $v = f(t)$. السلم: $1\ cm \to 0{,}20\ m.s^{-1}$ . $1\ cm \to 0{,}1\ s$.

ب – عين قيمة السرعة الحدية $v_{lim}$ .

ج – كيف كون الجسم الصلب *(S)* متميزا للحصول على حركة مستقيمة شاقولية انسحابية في نظامين انتقالي ودائم؟

د – احسب تسارع حركة *(S)* في اللحظة *t=0s*.

2 – تعطى المعادلة التفاضلية لحركة *(S)* بالعبارة $\frac{dv}{dt} + Av = C\left(1 - \frac{\rho.V}{m}\right)$ . حيث $\rho$ الكتلة الحجمية للهواء، *V* حجم الجسم *(S)*.

أ – مثل القوى الخارجية المطبقة على مركز عطالة *(S)*.

ب – بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد المعادلة التفاضلية لحركة مركز عطالة *(S)* بدلالة السرعة *v* وذلك في حالة السرعات الصغيرة. وبيّن أن: $A = \frac{k}{m}$ و $C = g$ حيث: *k* ثابت يتعلق بقوى الاحتكاك.

ج – استنتج قيمة دافعة أرخميدس وقيمة الثابت *k*.

تعطى: $g = 10\ N.Kg^{-1}$ ؛ $m = 19g$.

**التمرين6: بكالوريا علوم تجريبية 2013**

تسقط حبة برد كروية الشكل قطرها : $D = 3cm$ كتلتها $m = 13g$ دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$ من النقطة $o$ ترتفع بـــــ $1500m$ عن سطح الارض نعتبرها كمبدأ للمحور الشاقولي $(oz)$ .

**أولا:** نفترض أن حبة البرد تسقط سقوطا حرا.

1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن , جد المعادلتين الزمنيتين لسرعة وموضع $G$ مركز عطالتها.

2- احسب قيمة السرعة لحظة وصولها الى سطح الارض.

**ثانيا:** في الواقع تخضع حبة البرد بالاضافة لثقلها $\vec{P}$ الى قوة دافعة ارخميدس $\vec{\pi}$ وقوة احتكاك $\vec{f}$ المتناسبة طردا مع مربع السرعة $f = kv^2$ .

1- بالتحليل البعدي حدد وحدة المعامل $k$ في النظام الدولي للوحدات .

2- اكتب عبارة قوة دافعة ارخميدس , ثم احسب شدتها وقارنها مع شدة قوة الثقل . ماذا تستنتج؟

3- باهمال دافعة ارخميدس $\vec{\pi}$ :

أ- جد المعادلة التفاضلية للحركة , ثم بين أنه يمكن كتابتها على الشكل $\frac{dv}{dt} = A - Bv^2$ .

ب- استنتج العبارة الحرفية للسرعة الحدية $v_l$ التي تبلغها حبة البرد.

ج- جد بيانيا قيمة $v_l$ السرعة الحدية ثم استنتج قيمة $k$ .

د- قارن بين السرعتين التي تم حسابهما في السؤالين ( أولا -2 ) و ( ثانيا -3-ج ) . ماذا تستنتج ؟

**المعطيات:** حجم الكرة: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$، الكتلة الحجمية للهواء: $\rho = 1,3\, kg \cdot m^{-3}$ ، $g = 9,8\, m \cdot s^{-2}$ .



**التمرين 7: باك 2017 علوم تجريبية – دورة استثنائية**

يستعمل الديوان الوطني للأرصاد الجوية لأجل معرفة تركيب الغلاف الجوي بالون مسبار، من المطاط الخفيف المرن جدا، معبأ بالهليوم، معلق به علبة تحتوي على تجهيز علمي لرصد الطقس والاتصال اللاسلكي بالمحطة.

ينفجر البالون المسبار عندما يصل إلى ارتفاع $h$ عن سطح الأرض، حينئذ تفتح مظلة هبوط العلبة المتصلة بها مع التجهيز العلمي فتعيده الى الأرض.

ننمذج قوة احتكاك الهواء على الجملة (مظلة + علبة) بـــ $f = kv^2$ حيث: $k$ ثابت موجب من أجل ارتفاعات معتبرة و $v$ سرعة مركز عطالة الجملة.

بفرض أنه لا توجد رياح (الحركة تكون شاقولية)، وندرس حركة مركز عطالة الجملة في مرجع أرضي نعتبره غاليليا.

1. أ) مثل القوى المطبقة على مركز عطالة الجملة (مظلة + علبة) في بداية السقوط $(t = 0)$ وفي النظام الدائم.

ب) أعط العبارة الحرفية الشعاعية لدافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ .

ج) ذكر بنص القانون الثاني لنيوتن ثم اكتب العبارة الشعاعية للقوى المطبقة على الجملة في النظام الانتقالي.

د) جد المعادلة التفاضلية للسرعة.

هـــ) استخرج عبارة السرعة الحدية $v_l$ ، ثم احسب قيمتها.

و) انطلاقا من عبارة السرعة الحدية وباستعمال التحليل البعدي، حدد وحدة $k$ في الجملة الدولية للوحدات.

2. جد $a_0$ عبارة تسارع مركز عطالة الجملة (مظلة + علبة) عند اللحظة $t = 0$ ، ثم احسب قيمته.

3. إذا اعتبرنا سقوط العلبة حرا:

أ) عرف السقوط الحر.

ب) عين قيمة التسارع في هذه الحالة.

ج) إذا اعتبرنا أن العلبة سقطت من ارتفاع $1000\ m$ من سطح الأرض، احسب سرعتها لحظة ارتطامها بالأرض بـــ $km/h$ . ماذا تتوقع أن يحدث للعلبة في هذه الحالة مع التعليل وماذا تستنتج؟

د) كيف تتوقع بيان السرعة $v = f(t)$ وبيان التسارع $a = g(t)$ ( ارسم كيفيا البيانين)؟

تعطى: $k = 1.32\ SI$ ، $\Pi = 3\ N$ ، $g = 9.80\ m.s^{-2}$ ، $m = 2.5\ kg$

**التمرين 8: باك 2017 علوم تجريبية**

خلال حصة الأعمال المخبرية كلف الأستاذ ثلاث مجموعات من التلاميذ بدراسة حركة سقوط كرية في الهواء كتلتها $m$ وحجمها $V$ انطلاقا من السكون في اللحظة $t = 0$ حيث طلب منهم تمثيل القوى المؤثرة على الكرية في لحظة $t$ حيث $t > 0$ ، عرضت كل مجموعة عملها فكانت النتائج كالتالي:

| المجموعة | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| التمثيل المنجز | $\vec{f}$ ، $\vec{\Pi}$ ، $\vec{p}$ | $\vec{f}$ ، $\vec{p}$ | $\vec{f}$ ، $\vec{\Pi}$ ، $\vec{p}$ |

حيث $\vec{\Pi}$ دافعة ارخميدس و $\vec{f}$ قوة الاحتكاك مع الهواء.

1) بعد المناقشة تم رفض تمثيل احدى المجموعات الثلاث.

أ) حدد التمثيل المرفوض مع التعليل؟

ب) اكتب المعادلة التفاضلية للسرعة لكلا الحالتين المتبقيتين.

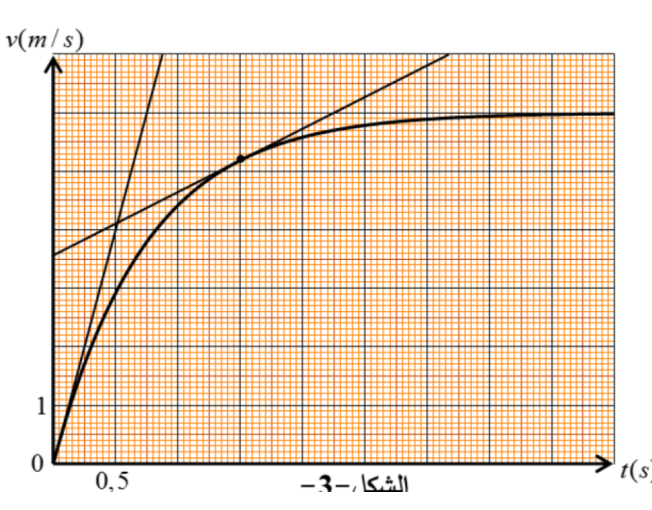
ج) أعط عبارة $a_0$ تسارع الكرية في اللحظة $t = 0$ لكل من الحالتين المتبقيتين.

2) لتحديد التمثيل المناسب أجريت تجربة لقياس قيم السرعات في لحظات مختلفة، النتائج المتحصل عليها سمحت برسم المنحنى الموضح في الشكل. مستعينا بالمنحنى حدد قيمة التسارع الابتدائي $a_0$ في اللحظة $t = 0$ ثم استنتج التمثيل الصحيح مع التعليل.

3) عين قيمة السرعة الحدية $v_{lim}$ .

4) جد عبارة السرعة الحدية $v_{lim}$.بدلالة : $m$، $k$، $g$ و $V$ حجم الكرية ثم احسب قيمة الثابت $k$ .

5) احسب شدة محصلة القوى المطبقة على الكرية في اللحظة $t = 1.5s$ بطريقتين مختلفتين.



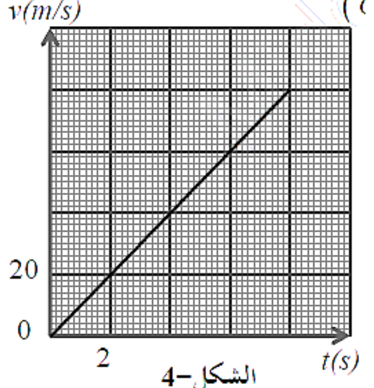
الشكل-3-

**المعطيات:** $f = kv$ ، $g = 9.80\ m.s^{-2}$ ، $m = 2.6g$
، $\rho_{air} = 1.3kg.m^{-3}$ ، $V = 3.6 \times 10^{-4}\ m^3$

ا

**لتمرين 10: بكالوريا رياضيات 2013**

أثناء التدريبات التي تقوم بها فرقة الصاعقة للمظليين بالمدرسة العليا لقوات الخاصة ببسكرة، استعملت طائرة عمودية حلقت على ارتفاع ثابت من سطح الارض لانزال المظللين دون سرعة ابتدائية.



الشكل-4

1- ننمذج المظلي ومظلته بجملة $(S)$ مركز عطالتها $G$ وكتلتها: $m = 80kg$ ، نهمل تأثير دافعة ارخميدس. يقفز المظلي دون سرعة ابتدائية، فيقطع ارتفاعا $h$ خلال $8s$ قبل فتح مظلته. نعتبر حركة سقوطه حرا. ان دراسة تطور $v(t)$ سرعة المظلي بدلالة الزمن في معلم شاقولي $(o\vec{k})$ موجه نحو الاسفل مرتبط بمرجع سطحي ارضي، مكنت من الحصول على البيان في الشكل -4.

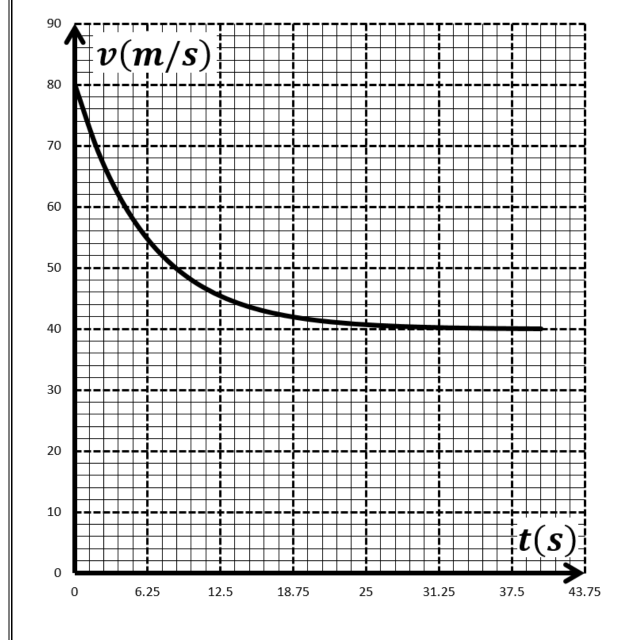
أ- حدد طبيعة حركة الجملة $(S)$ مع التعليل.

ب- احسب الارتفاع $h$ .

ج- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن استنتج تسارع الجاذبية الارضية $g$ .

2- بعد قطع المظلي الارتفاع $h$ يفتح مظلته، فتخضع الجملة لقوة احتكاك عبارتها $f = kv^2$ .

أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين ان المعادلة التفاضلية لسرعة الجملة $(S)$ تكتب بالعلاقة: $\frac{dv}{dt} = g\left(1 - \frac{v^2}{\beta}\right)$ حيث $\beta$ ثابت يطلب التعبير عنه بدلالة: $k$ , $g$ و $m$ .




ب- يمثل المقدار $\beta$ :

- سرعة الجملة $(S)$ في اللحظة $t = 0$ .
- تسارع حركة مركز عطالة الجملة في النظام الدائم.
- السرعة الحدية $v_{lim}$ للجملة $(S)$ .

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات السابقة.

3- يمثل الشكل تغيرات سرعة مركز عطالة الجملة $(S)$ بدءا من لحظة فتح المظلة التي نعتبرها مبدأ للأزمنة.

أ- حدد قيمة السرعة الحدية $v_{lim}$ .

ب- بالاعتماد على التحليل البعدي حدد وحدة الثابت $k$ ثم احسب قيمته.

يعطى $g = 9.8\, m/s^2$

**التمرين 11: بكالوريا علوم تجريبية 2008**

هذا النص مأخوذ من مذكرات العلم هويغينز: .... في البداية كنت أظن قوة الاحتكاك في مائع تتناسب طردا مع السرعة ولكن التجارب التي حققتها في باريس بينت لي أن قوة الاحتكاك يمكن أن تتناسب طردا مع مربع السرعة. وهذا يعني أنه إذا تحرك متحرك بسرعة ضعف ما كانت عليه، يصطدم بكمية من المائع تساوي مرتين ولها سرعة ضعف ما كانت عليه.....

1- يشير النص الى فرضيتي هويغينز حول الاحتكاك في الموائع، يعبر عنهما رياضيا بالعلاقتين:

$$f = k`v^2 \ldots\ldots\ldots(2) \qquad , f = kv \ldots\ldots\ldots(1)$$

حيث $f$ قيمة قوة الاحتكاك، $v$ سرعة مركز عطالة المتحرك، $k$ و $k`$ ثابتان موجبان.

- ارفق بكل علاقة التعبير المناسب – من النص- عن كل فرضية.

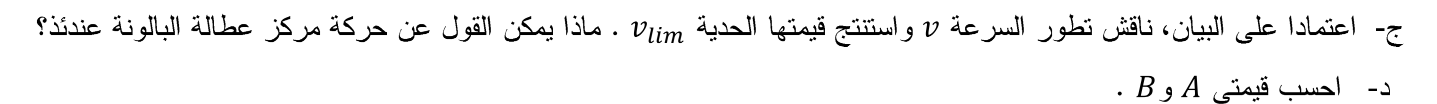
2- للتأكد من صحة الفرضيتين، تم تسجيل حركة بالونة تسقط في الهواء. سمح التسجيل بالحصول على سحابة من النقاط تمثل تطور سرعة مركز عطالة البالونة، في لحظات زمنية معينة.

أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، واعتماد على الفرضية المعبر عنها بالعلاقة (1) ،
اكتب المعادلة التفاضلية لحركة سقوط البالونة بدلالة:

- $\rho_0$ الكتلة الحجمية للهواء. – $\rho$ الكتلة الحجمية للبالونة. –
- $m$ كتلة البالونة – $g$ تسارع الجاذبية – $k$ ثابت التناسب.

ب- بين أن المعادلة التفاضلية للحركة يمكن كتابتها على الشكل: $\frac{dv}{dt} + Bv = A$ حيث $A$ و $B$ ثابتان.

الشكل-1



ج- اعتمادا على البيان، ناقش تطور السرعة $v$ واستنتج قيمتها الحدية $v_{lim}$ . ماذا يمكن القول عن حركة مركز عطالة البالونة عندئذ؟

د- احسب قيمتي $A$ و $B$ .

3- رسم على نفس المخطط السابق المنحنى $v = f(t)$ وفق $A$ و $B$ حيث المنحنى ممثل بالخط المستمر. ناقش صحة الفرضية (1) .

$g = 9,81 m.s^{-2}$ ، $\rho = 4,1 kg.m^{-3}$ ، $\rho_0 = 1,3 kg.m^{-3}$

**التمرين 12:**

منطاد مصنوع من المطاط الرقيق والجلد المرن، تم نفخه بواسطة الهليوم. يحمل هذا المنطاد جهازا علميا لدراسة تركيب الغلاف الجوي.
يهدف هذا التمرين الى دراسة حركة المنطاد على ارتفاع منخفض، حيث نعتبر ان تسارع الجاذبية الارضية $g$ ،حجم المنطاد ولواحقه $V_b$ والكتلة الحجمية للهواء ρ تبقى ثابتة. تعطى قوة الاحتكاك بالعبارة $f = K\rho v^2$ حيث $K$ ثابت. ندرس حركة المنطاد في معلم أرضي نعتبره عطاليا محوره موجه نحو الاعلى.

i. <u>**شرط اقلاع المنطاد:**</u> معطيات: $g = 9.8\, m/s^2$ , $V_b = 9m^3$ , $\rho = 1.23\, kg/m^3$

1- ما هي القوى المؤثرة على المنطاد أثناء صعوده نحو الاعلى عين خصائصها ومثلها.

2- لتكن $m$ كتلة المنطاد ولواحقه، ونعتبر ان السرعة الابتدائية عند الاقلاع معدومة.

أ- ما هي الشروط التي يحققها شعاع التسارع حتى يتمكن المنطاد من الصعود؟

ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن استنتج الشرط الذي تحققه الكتلة $m$ حتى يتمكن المنطاد من الاقلاع.

ج- هل يقلع المنطاد إذا علمت ان كتلته مع لواحقه هي: $m = 4.1kg$ ؟

ii. <u>**صعود المنطاد:**</u> المنحنى البياني في الشكل المقابل يمثل تغيرات سرعة المنطاد ولواحقه بدلالة الزمن.

1- بين ان المعادلة التفاضلية لحركة المنطاد تكتب من الشكل: $\frac{dv}{dt} + Av^2 = B$
حيث $A$ و $B$ ثابتان يطلب تعيين عبارتهما بدلالة: $m$ , ρ , $V_b$ , $K$ و $g$ .

2- ما هو المدلول الفيزيائي لـــ $B$ ثم احسب قيمته بطريقتين.

3- أعط العبارة الحرفية للسرعة الحدية $v_l$ ثم عين قيمتها بيانيا.

**4-** بالتحليل البعدي أوجد وحدة الثابت $K$ ثم احسب قيمته.

